

Метод доказательства от противного



Невозможно переоценить значение доказательств в нашей жизни и особенно в науке. Доказательство – один из многих способов убеждения.

Наше представление о доказательстве как особой интеллектуальной операции формируется в процессе проведения конкретных рассуждений. Изучая разные области знания, мы усваиваем и относящиеся к ним доказательства. На этой основе мы постепенно составляем – чаще всего незаметно для себя – общее интуитивное представление о доказательстве как таковом, его общей структуре, не зависящей от конкретного материала, о целях и смысле доказательства и т.д.

Особую роль при этом играет изучение геометрии. С незапамятных времен математические рассуждения считаются общепризнанным эталоном доказательности. Одним из интересных и часто используемых методов доказательств – метод от противного.

Я представляю занятие по внеурочной деятельности «Метод доказательства от противного».

Цель занятия: познакомить учащихся с методом доказательства от противного, научить решать задачи с помощью данного метода, показать, что методы доказательства используются в повседневной жизни.

Задачи занятия.

Образовательные:

- добиться, чтобы учащиеся усвоили, в чем заключается метод доказательства от противного
- умели применять его на практике.

Развивающие :

- развивать и совершенствовать умения применять имеющиеся у учащихся знания в измененной ситуации;
- развивать логическое мышление и интерес к предмету;
- развивать умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логическое рассуждение.

Воспитательные:

- способствовать выработке у учащихся желания и потребности изучения геометрии, новых способов доказательства;

- воспитывать трудолюбие, стремление доводить начатое дело до конца;
- воспитывать умение работать в коллективе.

Ход занятия

Определение формы работы.

Участники делятся на 4 группы. Выбирают руководителя группы, аналитика, оппонента, выступающего. Остальные ребята – помощники.

Мотивация к учебной деятельности.



Вопросы классу:

- 1) Зачем мы изучаем математику?
- 2) Почему в Древней Греции на дверях школы ораторов было написано:

«Не знающий геометрии да не войдет сюда»?

Геометрия учит доказывать, а речь человека убедительна только тогда, когда он доказывает свои выводы. В своих рассуждениях люди используют различные способы доказательств. Сегодня мы с вами познакомимся с одним из таких способов.

Усвоение новых знаний и способов действий.

Сейчас вы внимательно посмотрите и послушайте отрывок из к/ф «Место встречи изменить нельзя». И ответьте на вопрос: «Как доказывает свою невиновность Груздев?»



Груздев, муж убитой женщины, арестованный по подозрению в ее убийстве, пытается обосновать свою невиновность путем опровержения противоречащего утверждения. «Предположим», говорит он, «я виновен. Следовательно, это я взял пистолет, который хранился в доме, вложил в него патрон (от пистолета другой марки), выстрелил. Но тогда возникает вопрос: почему был использован патрон от другой марки, ведь он мог заклинить, дать осечку? Между тем подходящий патрон хранился в той же квартире, только в другом месте». Будь Груздев убийцей, не рисковал бы он столь неоправданно. Логичнее предположить, что преступник не знал, где хранятся патроны, стало быть являлся гостем убитой женщины, а не мужем.

Ученики вместе с учителем обсуждают метод доказательства, которым защищался Груздев.

В обиходной речи мы довольно часто рассуждаем описанным образом. В своих рассуждениях люди используют способ доказательства, который называется «метод доказательства от противного».

Первичная проверка понимания.

В автосалон пришел разгневанный покупатель. Продавец, пытаясь успокоить его, говорит: «Автомобиль имеет удачную конструкцию». На что владелец автомобиля отвечает: «Если бы автомобиль имел удачную конструкцию, он не ломался бы так часто».



Какой метод использовал покупатель для доказательства своей правоты? Объясните.

Дано: автомобиль, который часто ломается.

Доказать: конструкция автомобиля неудачная.

Доказательство.

I. Предположение: автомобиль имеет удачную конструкцию.

II. Тогда: автомобиль не ломался бы.

III. Противоречие: автомобиль ломается часто.

IV. Вывод: предположение неверно, значит автомобиль имеет неудачную конструкцию.

Закрепление знаний и способов действий.

Работа в группах. Каждая группа получает листочки с заданием и схему доказательства. Через 5 минут представители групп выходят к доске и рассказывают свое доказательство.

Докажите методом от противного по выработанной схеме.



I группа. Врач после осмотра говорит человеку: «Если бы у Вас была корь, то на теле была бы сыпь, но ее нет. Значит, у Вас нет кори».



II группа. Разведчики получили задание: выяснить, находится ли в данном селе танковая бригада. Командир разведки докладывает: «Если бы в селе была

танковая бригада, то были бы следы гусениц, а их не обнаружили. Значит в селе нет танковой бригады».



III группа. В фойе театра происходит разговор: «Да какой же это актер? Если бы он был актером, то умел бы декламировать, а он не умеет. Значит, на сцене не актер».



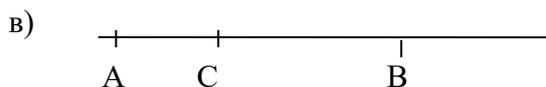
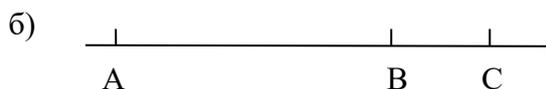
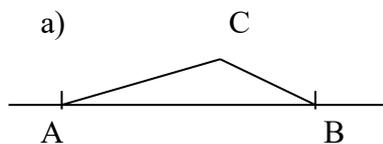
IV группа. Психологи утверждают, что любая радость со временем становится скучной. Если бы это было не так, люди перестали бы желать чего-то большего. А поскольку они это делают, утверждение становится верным.

Актуализация знаний изученного материала.

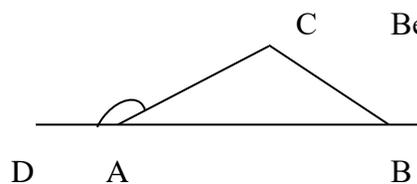


Мы познакомились с методом доказательства, который применяется в практической деятельности. А теперь наш полученный опыт подтвердим математическими примерами. Но сначала повторим некоторые изученные ранее свойства геометрических фигур.

- 1) Чему равна сумма смежных углов?
- 2) Сформулируйте определение вертикальных углов.
- 3) Сравните AB и $AC+BC$:



- 4) Дан $\triangle ABC$. $AB > AC > BC$.



Верно ли утверждение:

- а) $\sphericalangle C < \sphericalangle A$
- б) $\sphericalangle B = \sphericalangle A$?

- 5) Как называется $\sphericalangle DAB$?
- 6) Сравните: а) $\sphericalangle DAB$ и $\sphericalangle B$;
- б) $\sphericalangle DAB$ и $\sphericalangle C$.

Одним из важных моментов при доказательстве методом от противного является умение правильно сформулировать предложение, противоположное тому, что требуется доказать. В повседневной речи для того, чтобы выразить отрицание (иначе невозможность какого-либо события, факта или ситуации), мы часто используем частицу «не». Или иные соответствующие ей выражения: «неверно, что...», «нельзя» и т.п.

Приведите примеры.

Точно также надо поступать, чтобы получить отрицание какого-нибудь математического утверждения. Только после этого можно приступить к анализу возможных ситуаций, вытекающих из сделанного предположения.



Составьте отрицания следующих утверждений:

- 1) Точка А принадлежит отрезку CD.
(точка А не принадлежит отрезку CD)
- 2) Прямые а и b пересекаются.
(прямые а и b не пересекаются, т.е. параллельны)
- 3) Угол А – тупой.
(угол А – острый или прямой)
- 4) Число $a < 0$.
(число $a \geq 0$)
- 5) Все данные прямые проходят через точку А.

(не все данные прямые проходят через точку А, т.е. по крайней мере одна из них не проходит через точку А)

В следующих утверждениях необходимо убрать слова с «не», чтобы получить



отрицание утверждений:

- 1) Прямые a и b не параллельны.
($a \parallel b$)
- 2) Через точки A , B и C нельзя провести прямую.
(через точки A , B и C можно провести прямую)
- 3) $\triangle ABC$ не равен $\triangle A_1B_1C_1$
($\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$)
- 4) Неверно, что по условию число $|a| > 3$.
(верно, что по условию число $|a| > 3$)
- 5) Луч b не пересекает ни одного отрезка с концами на сторонах угла.
(луч b пересекает по крайней мере один отрезок с концами на сторонах угла, т.е. луч b проходит между сторонами этого угла)

Решение геометрических задач.



У доски ученик выполняет задание.

Докажите, что если выполняется равенство $AC + CB = AB$, то точка C лежит на отрезке AB между точками A и B .

Дано: $A, B, C, AC + CB = AB$.

Доказать: $C \in AB$.

Доказательство.

Предположим, что $C \notin AB$.

Тогда: $AC + CB > AB$, т.е. A, B, C образуют треугольник.

Если точка C лежит вне отрезка AB , то также выполняется это неравенство.

Противоречие: по условию $AC + CB = AB$.

Вывод: наше предположение неверно, следовательно $C \in AB$.

Контроль и самопроверка знаний.

Работа в парах. Каждая пара выбирает карточку с задачей определенного уровня. Уровень задачи показывает соответствующая фигура.



Незнайка – задачи, решаемые с помощью определений и свойств геометрических фигур.



Умная птица - задачи, где надо применить не только определения и свойства, но и выполнить вычисления.



Профессор – творческие задачи.

1. Докажите методом от противного, что если разность двух углов равна 12 градусов, то они не являются вертикальными.
2. Докажите методом от противного, что если сумма двух углов равна 127 градусов, то они не являются смежными.
3. Докажите методом от противного, что два смежных угла не могут быть оба тупыми.
4. Докажите методом от противного, что если A, B, C – точки прямой a , $AB = 5$ см, $AC = 2$ см, $BC = 7$ см, то точка C не лежит между точками A и B .
5. Докажите методом от противного, что если в школе 500 учеников, то хотя бы у 2-х совпадают дни рождения
6. Докажите, что в произвольном треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

Итог занятия.



Повторение метода доказательства от противного в стихах.

«Чтобы в речи убедительным и логичным быть

Вам метод от противного надо уяснить.

Следует подумать и загадать

Противоположное тому,

Что надо доказать.

И если мы, порассуждав,

Найдем противоречие,

То и доказывать тогда нам будет уже нечего».

Рефлексия.

- 1) Как вы думаете, могут ли знания, приобретенные на данном занятии, помочь найти самостоятельное решение в практической деятельности?
- 2) Синквейн. Ответы учитель зачитывает.

Пример синквейна учитель показывает на слайде.

Правила составления синквейна	Пример
1. одно слово, обычно существительное, отражающее главную идею;	Семиклассники
2. два слова, прилагательные, описывающие основную мысль;	Открытые, увлекающиеся
3. три слова, глаголы, описывающие действия в рамках темы;	Моделируют, творят, исследуют.
4. фраза из нескольких слов, показывающая отношение к теме;	Будущее в надёжных руках!
5. слово или несколько слов, связанные с первым, отражающие сущность темы.	Все получится!

- 3) Хороший совет.

Жил-был в российской провинции паренёк, который очень увлекался программированием. «Академиев» не кончал, в институте не учился, всё самоучкой выучил. Было это давно, Интернет дорогой тогда был.

Работы для души в родном городе не было, и поехал паренёк этот покорять Москву. Деньги быстро закончились, подрабатывать пришлось совсем не программированием, а... чем попало. Питался он эти два года, по его словам, только кашей из самой дешевой пшеничной крупы. На другие продукты просто денег не хватало. Правда, дело любимое не бросал, «был в курсе». И всё время искал, где бы применить свой талант.

И вот, только через два года устроился он работать программистом в одной богатой фирме на хорошую зарплату. Имя себе сделал, а потом и на вольные хлеба перешел.

Вот с тех пор и стоит у него на рабочем столе чашечка этой крупы, как самый лучший «мотиватор». Ни деньги, ни слава не могут переплюнуть «толчок», который каждый раз даёт эта чашечка. Вернее, крупа, на которую он когда-то смотреть не мог. И теперь никогда уже не вернётся к тем временам. Потому что, глядя на эту крупу, он не просто работает, а «пашет». Не хочет опять одну кашу есть...

Итак, если тебе не просто не хочется делать что-то очень важное, но такое скучное и неинтересное дело, что просто ничего не помогает и твой разум просто отказывается даже начать это, сделай несколько очень простых действий.

1. Реши, что бы ты не хотел получить больше всего в этой жизни.
2. Свяжи «Это» с тем делом, которое тебе предстоит сделать.
3. Сделай себе символ вот этого вот «нехотения». Это может быть что угодно, даже рисунок. Главное, чтобы этот символ вызывал у тебя просто бурю отрицательных эмоций!
4. А теперь представь, что «Это» будет с тобой, если ты вот прямо сейчас не сделаешь то, что должен сделать. И начинай незамедлительно. Дальше всё пойдет на «автомате», даже дело, которое тебе совсем не по душе.

5. Теперь главное — довести дело до конца, несмотря ни на что. Ну, обычно с этим проблем не бывает.

6. Закончив, похвали себя. Теперь-то тот ужас, что ты представлял себе, уж точно пройдет мимо тебя! А что придет? Да ничего. Просто ты так, походя, сделал **Великое Дело**. Даже, если оно сейчас кажется тебе маленьким, обычным и неинтересным. Ведь ты только что одержал победу над самым коварным врагом — самим (или самой) собой!

Ура победителям!

Заключение

Через некоторое время мои ребята подбегают ко мне и рассказывают, что стали замечать в разговорах родных и друзей предложения, составленные методом от противного. Но мало этого, они еще и рассказывают о нем другим ребятам и взрослым. Часто сыщики в фильмах используют этот метод для обнаружения преступника. Они просто отбрасывают из подозрения тех, кто не мог по определенным причинам этого сделать. Если у них это получилось, остается только виновник.

Мы решили, что будем записывать высказывания и рассказы, построенные этим методом, затем поделимся друг с другом.

И тут «случился» у нас конец четверти. Конечно же, как у многих это событие знаменуется родительским собранием. Как у многих речь идет об успеваемости в классе. Одна из причин не очень хороших оценок – это нежелание читать. У некоторых ребят «страдают» из – за этого история, география, биология.

Затем, родители спросили у меня, о каком таком «противном» методе доказательства им «взахлеб» рассказывают дети. Многие, конечно же, читали памятку, т.к. ребята вклеили её в дневник. Естественно, я рассказала о нашем занятии. Некоторые

родители заметили, что их дети стали выполнять работу по дому, которую раньше наотрез отказывались делать.

Но самое удивительное произошло через некоторое время.

Начну издалека. Мы часто говорим детям, что нельзя читать

-  во время еды,
-  если занимаешься чем – то,
-  при тускло свете, лежа и т.д. и т.п.

Звонит мне родительница и спрашивает, видела ли я последние отметки по истории и биологии её сына. Я, не видя этих оценок, в ужасе спрашиваю: «Что случилось?» Мысленно уже бегу разбираться с проблемами. А она говорит, что позвонила сказать спасибо за метод от противного. Я поинтересовалась, как это произошло. И она поведала, что **разрешила сыну читать учебники во время еды!**

В заключении хочу рассказать еще об одном факте. Метод доказательства от противного часто применяется в 10 - 11 классах при доказательстве единственности. Ученики, которые не учились у меня до 10 класса, услышав, что мы будем доказывать этим методом, начинают проявлять недовольство. А те ребята, которых я учила, тут же рассказывают схему доказательства.